

### Задание С.1. Определение реакций опор твердого тела Вариант 23

На схемах показаны три способа закрепления бруса, ось которого – ломаная линия. Задаваемая нагрузка и размеры во всех трех случаях одинаковы.

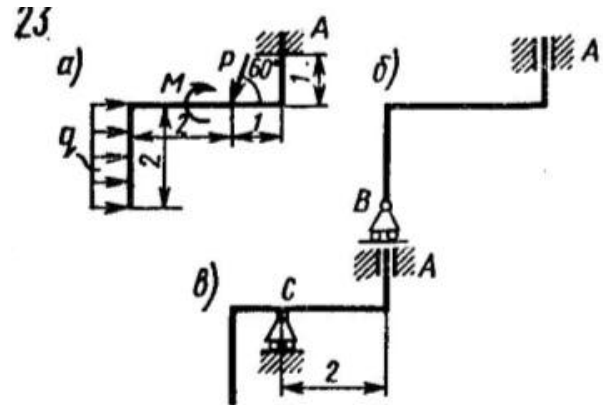
Определить реакции опор для того способа закрепления бруса, при котором исследуемая реакция имеет наименьший модуль.

Исходные данные:

$$P = 10 \text{ кН}; M = 4 \text{ кНм}; q = 2 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$$

Исследуемая реакция:

$$M_A.$$



**Решение:**

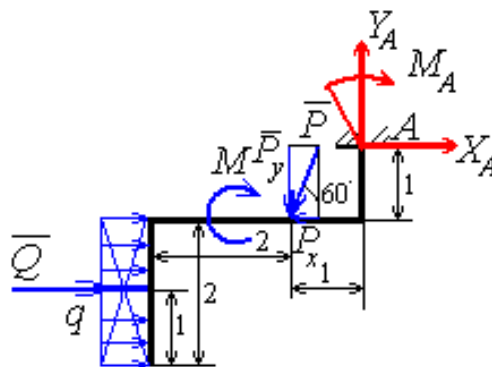
Равномерно распределенную нагрузку с интенсивностью  $q$  заменим сосредоточенной силой, приложенной в середине участка распределения:  $Q = q \cdot 2 = 2 \cdot 2 = 4 \text{ кН}$ .

Для упрощения вычисления моментов, силу  $P$  разложим на горизонтальную и вертикальную составляющие  $\vec{P} = \vec{P}_x + \vec{P}_y$ , где  $\vec{P}_x$  – горизонтальная составляющая силы  $P$  ( $P_x = P \cos 60^\circ = 0,5 \cdot 10 = 5 \text{ кН}$ ),  $\vec{P}_y$  – вертикальная составляющая силы  $P$  ( $P_y = P \sin 60^\circ = 0,866 \cdot 10 = 8,66 \text{ кН}$ ).

Чтобы выяснить, в каком случае момент в заделке  $M_A$  является наименьшим, найдем его для всех трех схем, не определяя пока остальных реакций.

**Для схемы а**

Рассмотрим систему уравновешивающихся сил, приложенных к конструкции. Действие связей на конструкцию заменяем их реакциями. В схеме *а* всего одна опора – жесткая заделка *A*, в которой возникает неизвестная по направлению реакция (ее представляем в виде двух взаимно перпендикулярных составляющих  $X_A, Y_A$ ) и пара сил с моментом  $M_A$ .

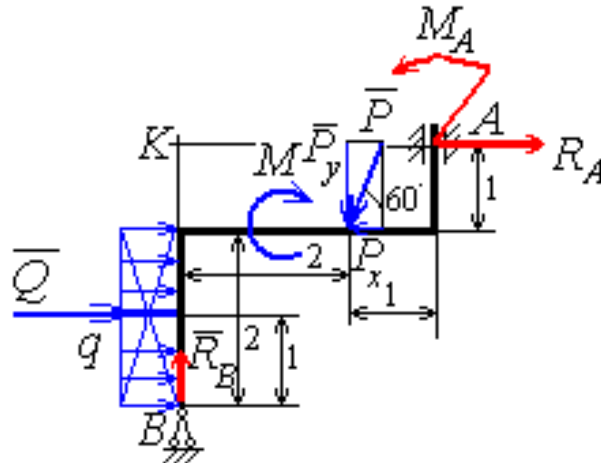


Чтобы исключить две неизвестные реакции  $X_A, Y_A$ , составим уравнение моментов относительно точки *A*:

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = 0: Q \cdot 2 - M + P_y \cdot 1 - P_x \cdot 1 - M_A = 0 \Rightarrow M_A = 2Q - M + P_y - P_x = 2 \cdot 4 - 4 + 8,66 - 5 = 7,66 \text{ кНм}.$$

**Для схемы б**

В схеме б – две опоры: подвижная шарнирная опора  $B$ , реакция  $R_B$  которой направлена перпендикулярно горизонтальной плоскости (вертикально вверх) и скользящая заделка, в которой возникает горизонтальная реакция  $R_A$  и пара сил с моментом  $M_A$ .

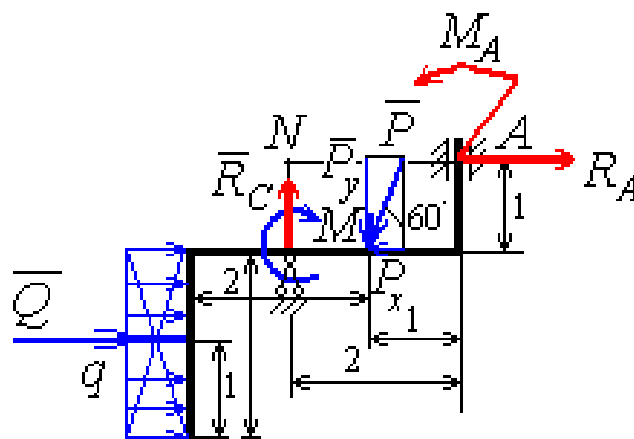


Чтобы исключить две неизвестные реакции  $R_A$  и  $R_B$ , составим уравнение моментов относительно точки  $K$  (в этой точке пересекаются линии действия этих сил):

$$\sum M_K(\vec{F}_k) = 0: Q \cdot 2 - M - P_y \cdot 2 - P_x \cdot 1 + M_A = 0 \Rightarrow$$
$$M_A = -2Q + M + 2P_y + P_x = -2 \cdot 4 + 4 + 2 \cdot 8,66 + 5 = 18,32 \text{ кНм.}$$

**Для схемы в**

В схеме в – также две опоры: подвижная шарнирная опора  $C$ , реакция  $R_C$  которой направлена перпендикулярно горизонтальной плоскости (вертикально вверх) и скользящая заделка, в которой возникает горизонтальная реакция  $R_A$  и пара сил с моментом  $M_A$ .



Чтобы исключить две неизвестные реакции  $R_A$  и  $R_C$ , составим уравнение моментов относительно точки  $N$  (в этой точке пересекаются линии действия этих сил):

$$\sum M_N(\vec{F}_k) = 0: Q \cdot 2 - M - P_y \cdot 1 - P_x \cdot 1 + M_A = 0 \Rightarrow$$
$$M_A = -2Q + M + P_y + P_x = -2 \cdot 4 + 4 + 8,66 + 5 = 9,66 \text{ кНм.}$$

Таким образом, наименьший момент в заделке получается при закреплении бруса по схеме *a*.  
Определим остальные опорные реакции для этой схемы:

$$\begin{aligned}\sum F_{kx} = 0: X_A - P_x + Q &= 0 \Rightarrow X_A = P_x - Q = 5 - 4 = 1 \text{ кН}; \\ \sum F_{ky} = 0: Y_A - P_y &= 0 \Rightarrow Y_A = P_y = 8,66 \text{ кН}, \\ \Rightarrow R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} &= \sqrt{1^2 + 8,66^2} = 8,72 \text{ кН}.\end{aligned}$$

**Ответ:** схема *a*)  $X_A = 1 \text{ кН}$ ;  $Y_A = 8,66 \text{ кН}$   $\Rightarrow R_A = 8,72 \text{ кН}$ ;  $M_A = 7,66 \text{ кНм} \rightarrow \min$   
схема *б*)  $M_A = 18,32 \text{ кНм}$ ; схема *в*)  $M_A = 9,66 \text{ кНм}$ .