

Задание С.1. Определение реакций опор твердого тела

Вариант 28

На схемах показаны три способа закрепления бруса, ось которого – ломаная линия. Задаваемая нагрузка и размеры во всех трех случаях одинаковы.

Определить реакции опор для того способа закрепления бруса, при котором исследуемая реакция имеет наименьший модуль.

Исходные данные:

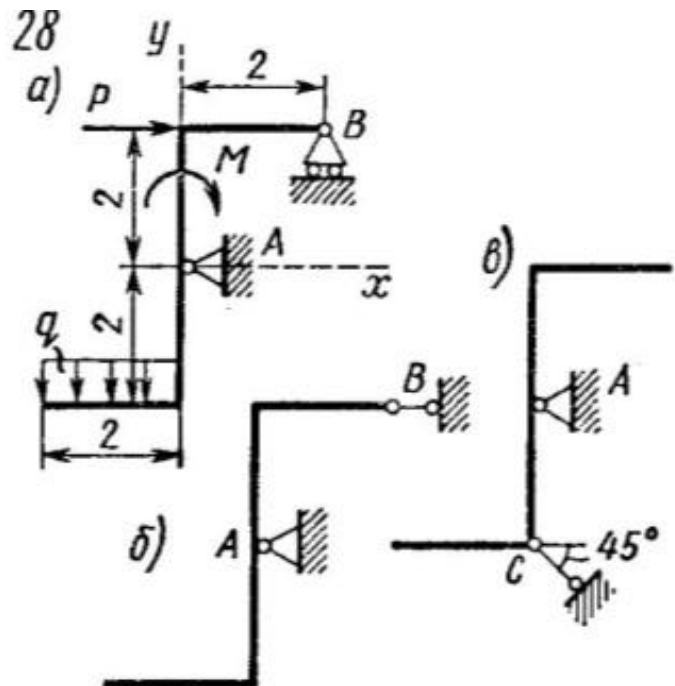
$$P = 20 \text{ кН};$$

$$M = 10 \text{ кНм};$$

$$q = 2 \frac{\text{кН}}{\text{м}}.$$

Исследуемая реакция:

$$Y_A.$$



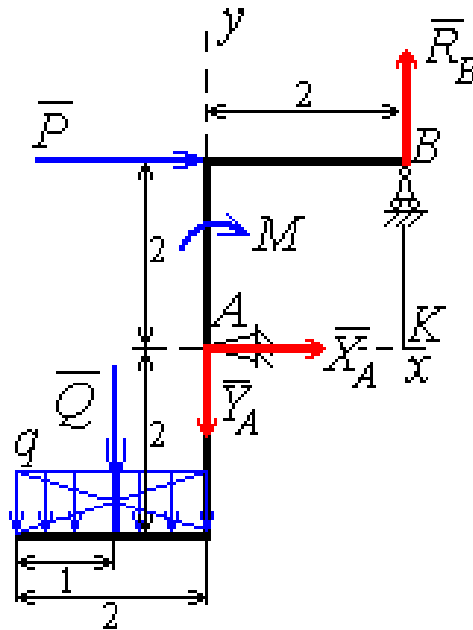
Решение:

Равномерно распределенную нагрузку с интенсивностью q заменим сосредоточенной силой, приложенной в середине участка распределения: $Q = q \cdot 2 = 2 \cdot 2 = 4 \text{ кН}$.

Чтобы выяснить, в каком случае вертикальная составляющая Y_A реакции в опоре A является наименьшей, найдем её для всех трех схем, не определяя пока остальных реакций.

Для схемы а

Рассмотрим систему уравновешивающихся сил, приложенных к конструкции. Действие связей на конструкцию заменяем их реакциями. В схеме a две опоры: подвижная шарнирная опора B , реакция R_B которой направлена перпендикулярно горизонтальной плоскости (вертикально вверх) и неподвижная шарнирная опора A , в которой возникает неизвестная по направлению реакция (ее представляем в виде двух взаимно перпендикулярных составляющих X_A, Y_A).

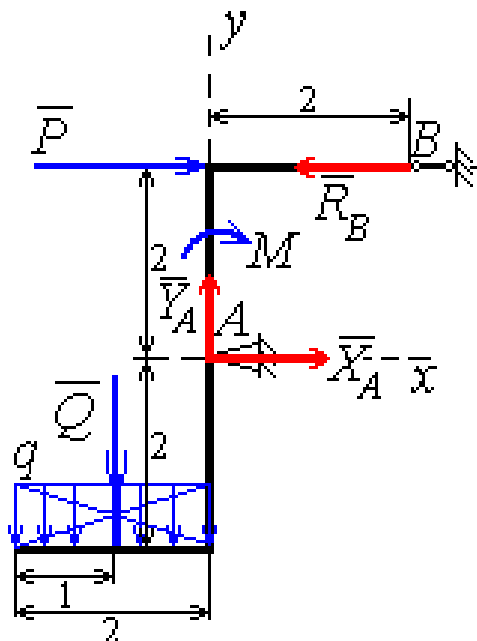


Чтобы исключить две неизвестные реакции X_A и R_B , составим уравнение моментов относительно точки K (в этой точке пересекаются линии действия этих сил):

$$\sum M_K(\vec{F}_k) = 0: Q \cdot 3 - M - P \cdot 2 + Y_A \cdot 2 = 0 \Rightarrow Y_A = \frac{1}{2}(M + 2P - 3Q) = \frac{1}{2}(10 + 2 \cdot 20 - 3 \cdot 4) = 19 \text{ кН.}$$

Для схемы б

В схеме б – две опоры: невесомый стержень B , реакция R_B которого направлена вдоль стержня (горизонтально) и неподвижная шарнирная опора A , в которой возникает неизвестная по направлению реакция (ее представляем в виде двух взаимно перпендикулярных составляющих X_A, Y_A).

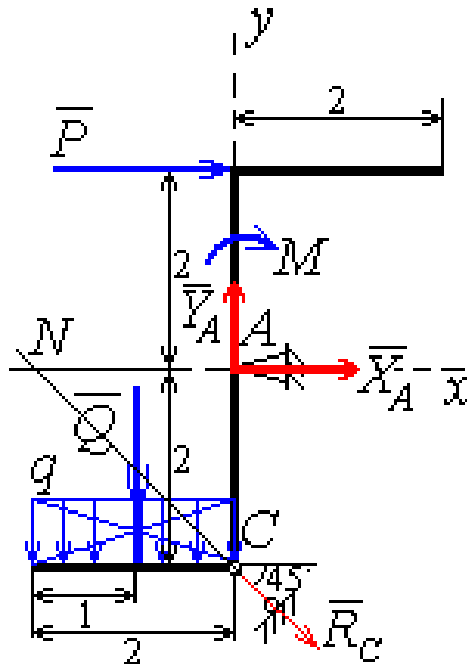


Чтобы исключить две неизвестные реакции X_A и R_B , составим уравнение проекций всех сил на ось y :

$$\sum F_{ky} = 0: Y_A - Q = 0 \Rightarrow Y_A = Q = 4 \text{ кН.}$$

Для схемы в

В схеме в – также две опоры: невесомый стержень C , реакция R_C которого направлена вдоль стержня (под углом 45° к горизонтали и вертикали) и неподвижная шарнирная опора A , в которой возникает неизвестная по направлению реакция (ее представляем в виде двух взаимно перпендикулярных составляющих X_A, Y_A).



Чтобы исключить две неизвестные реакции X_A и R_C , составим уравнение моментов относительно точки N (в этой точке пересекаются линии действия этих сил). Так как в прямоугольном треугольнике ANC : $\angle ACN = 45^\circ$, то этот треугольник равнобедренный, то есть $AC = AN = 2$ м:

$$\sum M_N(\vec{F}_k) = 0: -Q \cdot 1 - M - P \cdot 2 + Y_A \cdot 2 = 0 \Rightarrow$$
$$Y_A = \frac{1}{2}(Q + M + 2P) = \frac{1}{2}(4 + 10 + 2 \cdot 20) = 27 \text{ кН.}$$

Таким образом, наименьшая по модулю вертикальная составляющая Y_A реакции в опоре A получается при закреплении бруса по схеме б.

Определим остальные опорные реакции для этой схемы:

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = 0: Q \cdot 1 - M - P \cdot 2 + R_B \cdot 2 = 0 \Rightarrow$$
$$R_B = \frac{1}{2}(-Q + M + 2P) = \frac{1}{2}(-4 + 10 + 2 \cdot 20) = 23 \text{ кН;}$$
$$\sum F_{kx} = 0: X_A - R_B + P = 0 \Rightarrow X_A = R_B - P = 23 - 20 = 3 \text{ кН;}$$
$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ кН.}$$

Ответ: схема а) $Y_A = 19$ кН

схема б) $X_A = 3$ кН; $Y_A = 4$ кН $\rightarrow \min \Rightarrow R_A = 5$ кН; $R_B = 23$ кН;

схема в) $Y_A = 27$ кН.