

Применяя принцип возможных перемещений, определить реакции опор составной конструкции.

Дано: $P_1 = 9 \text{ кН}$, $P_2 = 5 \text{ кН}$, $q = 1 \text{ кН/м}$, $M = 6 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

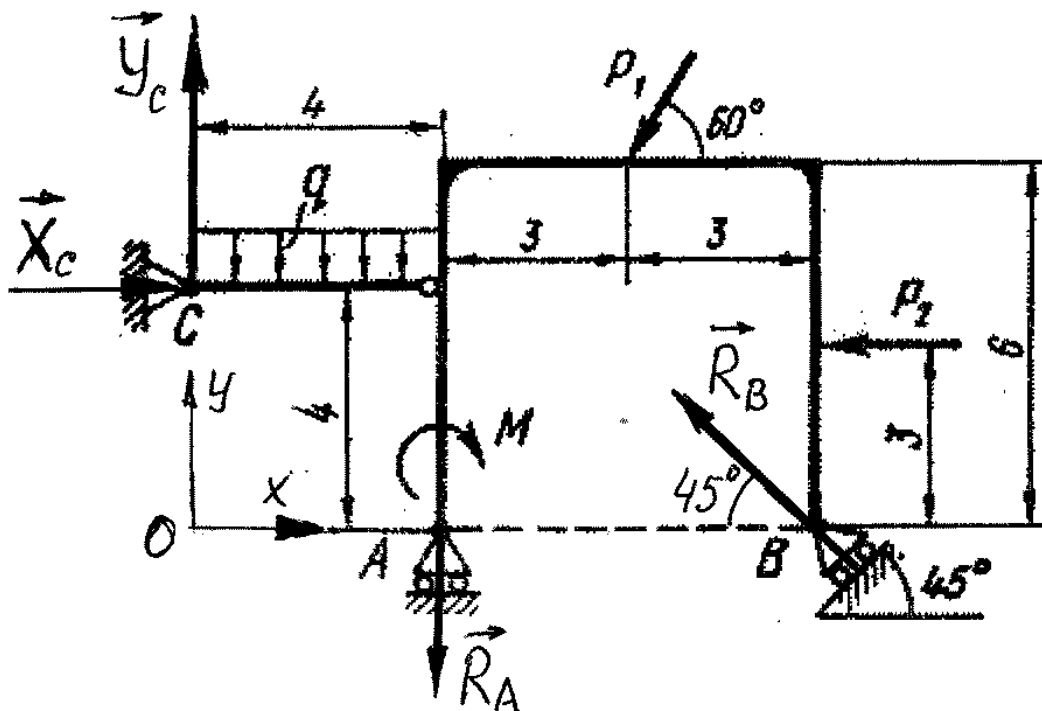


Рис.1

Решение

Заменим равномерно распределённую нагрузку сосредоточенной силой $Q = q \cdot 4 = 1 \cdot 4 = 4 \text{ кН}$, приложенной в середине загруженного участка.

Найдём реакцию неподвижной опоры C , для чего мысленно отбросим эту связь, заменив её реакцией \vec{R}_C , которую разложим на две составляющие \vec{X}_C и \vec{Y}_C (рис.1).

Возможным перемещением левой части рамы является её поворот вокруг шарнира C на угол $\delta\varphi$, например против вращения часовой стрелки; правая часть рамы останется неподвижной.

Составим уравнение работ, выражающее принцип возможных перемещений, при этом учтем, что работа силы при повороте тела равна произведению момента силы относительно центра вращения на угол поворота тела: $Q \cdot 2\delta\varphi - Y_C 4\delta\varphi = 0$, откуда

$$Y_C = 0.5Q = 0.5 \cdot 4 = 2 \text{ кН}.$$

Внешнюю силу P_1 разложим на две составляющие $P_{1x} = P_1 \cos 60^\circ$ и $P_{1y} = -P_1 \sin 60^\circ$.

Найдём реакцию подвижной опоры B , для чего мысленно отбросим эту связь, заменив её реакцией \vec{R}_B перпендикулярной наклонной плоскости, которую разложим на две составляющие $R_{Bx} = -R_B \cos 45^\circ$ и $R_{By} = R_B \sin 45^\circ$ (рис.1).

Возможным перемещением правой части рамы является её поворот вокруг шарнира C на угол $\delta\varphi$, например против вращения часовой стрелки; левая часть рамы останется неподвижной.

Составим уравнение работ, выражающее принцип возможных перемещений, при этом учтем, что работа силы при повороте тела равна произведению момента силы относительно центра вращения на угол поворота тела:

$$P_1 \cos 60^\circ \cdot 2\delta\varphi - P_1 \sin 60^\circ \cdot 3\delta\varphi - P_2 \cdot 1\delta\varphi - M \cdot \delta\varphi - R_B \cos 45^\circ \cdot 4\delta\varphi + R_B \sin 45^\circ \cdot 6\delta\varphi = 0, \text{ откуда}$$

$$R_B = \frac{-P_1 \cos 60^\circ \cdot 2 + P_1 \sin 60^\circ \cdot 3 + P_2 \cdot 1 + M}{6 \sin 45^\circ - 4 \cos 45^\circ} = \frac{-9 \cdot 0.5 \cdot 2 + 9 \cdot 0.5\sqrt{3} \cdot 3 + 5 \cdot 1 + 6}{6 \cdot 0.5\sqrt{2} - 4 \cdot 0.5\sqrt{2}} \approx 17.948 \text{ кН}.$$

Возможным перемещением всей рамы является ее перемещение по направлению оси Ox ; составим уравнение работ, выражающее принцип возможных перемещений:

$$X_C \delta s - P_1 \cos 60^\circ \delta s - P_2 \delta s - R_B \cos 45^\circ \delta s = 0, \text{ откуда}$$

$$X_C = P_1 \cos 60^\circ + P_2 + R_B \cos 45^\circ = 9 \cdot 0.5 + 5 + 17.948 \cdot 0.5\sqrt{2} \approx 22.191 \text{ кН}.$$

Суммарная реакция в неподвижной опоре C равна

$$R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2} = \sqrt{22.191^2 + 2^2} \approx 22.281 \text{ кН}.$$

Найдём реакцию подвижной опоры A , для чего мысленно отбросим эту связь, заменив её реакцией \vec{R}_A (рис.1).

Возможным перемещением всей рамы является ее перемещение по направлению оси Oy ; составим уравнение работ, выражающее принцип возможных перемещений:

$$Y_C \delta s - Q \delta s - P_1 \sin 60^\circ \delta s - R_A \delta s + R_B \sin 45^\circ \delta s = 0, \text{ откуда}$$

$$R_A = Y_C - Q - P_1 \sin 60^\circ + R_B \sin 45^\circ = 2 - 4 - 9 \cdot 0.5\sqrt{3} + 17.948 \cdot 0.5\sqrt{2} \approx 2.897 \text{ кН}.$$

Ответ: $R_A = 2.897 \text{ кН}$, $R_B = 17.948 \text{ кН}$, $X_C = 22.191 \text{ кН}$, $Y_C = 2 \text{ кН}$, $R_C = 22.281 \text{ кН}$.