

Найти угловые скорости ведомого вала II и сателлитов редуктора. Схема редуктора показана на рис. 1.

Дано: $r_1 = 50 \text{ см}$, $r_2 = 10 \text{ см}$, $r_3 = 15 \text{ см}$, $r_4 = 25 \text{ см}$, $\omega_1 = -40 \text{ рад/с}$, $\omega_I = 90 \text{ рад/с}$.

Примечание. Положительный и отрицательный знаки угловых скоростей означают соответственно направление вращения против и по часовой стрелке, если смотреть со стороны ведущего вала I (для редуктора с цилиндрическими колесами).

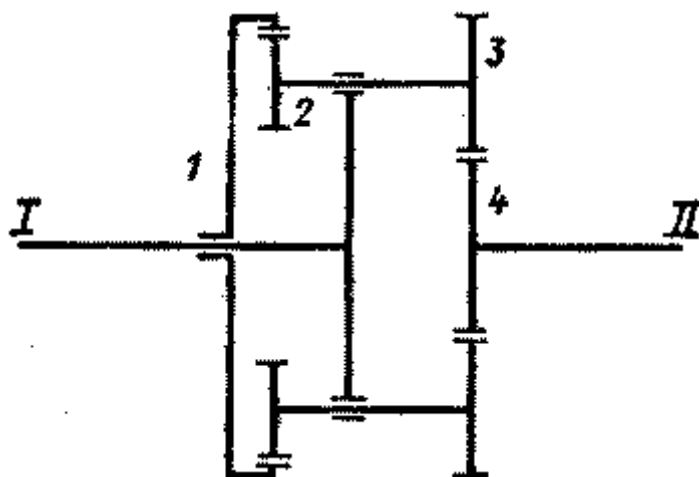


Рис.1

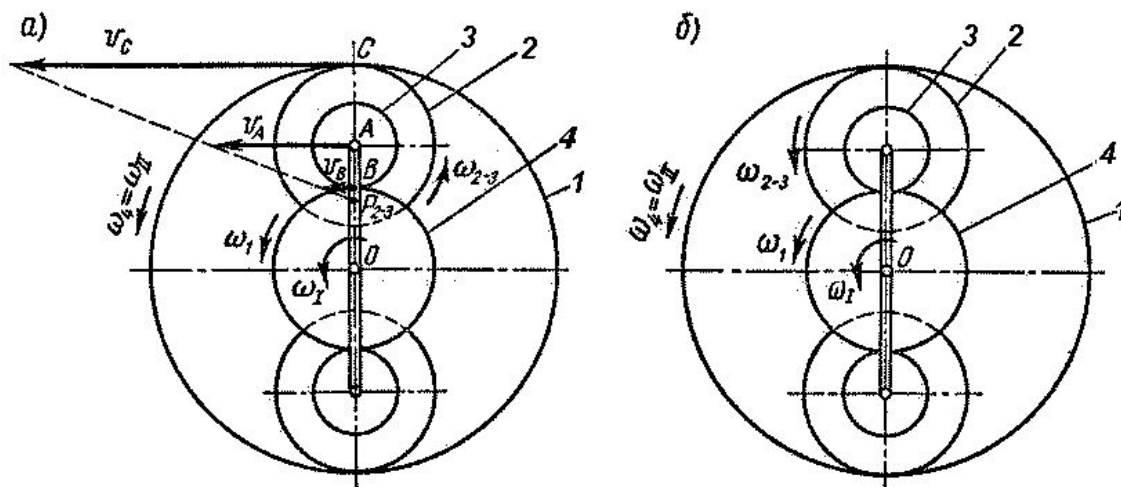


Рис.2

Решение

Применим способ мгновенных центров скоростей. По угловым скоростям ведущих звеньев найдем скорость точки A оси блока сателлитов и скорость точки C касания колес 1 и 2 (рис. 2а). Точка P для сателлитов 2-3 – мгновенный центр скоростей.

$$\omega_{2-3} = \omega_2 = \omega_3 = \frac{V_C}{CP} = \frac{V_A}{AP}; \quad CP = AC + AP; \quad \Rightarrow \quad \frac{V_C}{AC + AP} = \frac{V_A}{AP} \quad \Rightarrow \quad \frac{V_C}{V_A} = \frac{AC + AP}{AP};$$

$$\frac{V_C}{V_A} = \frac{AC}{AP} + 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{AC}{AP} = \frac{V_C}{V_A} - 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{AP} = \left(\frac{V_C}{V_A} - 1 \right) \frac{1}{AC} = \frac{V_C - V_A}{r_2 \cdot V_A}; \quad \omega_{2-3} = \frac{V_A}{AP} = \frac{V_C - V_A}{r_2}.$$

Произведём вычисления

$$V_A = \omega_I (r_3 + r_4) = 90 \cdot (15 + 25) = 3600 \text{ см/с}; \quad V_C = \omega_1 r_1 = -40 \cdot 50 = -2000 \text{ см/с}.$$

$$\omega_{2-3} = \frac{V_C - V_A}{r_2} = \frac{-2000 - 3600}{10} = -560 \text{ рад/с}; \quad \omega_{2-3} = \omega_2 = \omega_3 = -560 \text{ рад/с}.$$

Скорость точки B касания колес 3 и 4 (рис. 2а) равна векторной сумме скоростей полюса (точки A) и скорости точки B относительно полюса A .

$$\text{В проекциях на горизонтальную ось получаем: } V_B = -V_A - V_{AB} = -V_A - \omega_{2-3}r_3;$$
$$V_B = -V_A - r_3\omega_3 = -3600 - 15 \cdot (-560) = 4800 \text{ см/с}; \quad \omega_4 = \frac{V_B}{r_4} = \frac{4800}{25} = 192 \text{ рад/с}.$$

Для проверки решения используем способ, основанный на применении теории сложения вращений твердого тела вокруг параллельных осей (способ Виллиса).

Колеса редуктора участвуют: 1) в относительном вращении (по отношению к водилу I) вокруг собственных осей и 2) в переносном вращении вместе с водилом вокруг его оси (см. рис.2б).

Переносной угловой скоростью для каждого колеса является угловая скорость водила ω_I .

Относительные угловые скорости колес определяются как разности абсолютных и переносных угловых скоростей: $\omega_1 - \omega_I$; $\omega_2 - \omega_I$; $\omega_3 - \omega_I$; $\omega_4 - \omega_I$.

Эти относительные скорости являются угловыми скоростями колес при мысленно оставленном водиле.

В этом случае между относительными угловыми скоростями имеются такие же соотношения, как в зубчатых передачах с неподвижными осями вращений.

$$i_{12} = \frac{\omega_2 - \omega_I}{\omega_1 - \omega_I}; \quad i_{12} = \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow \frac{\omega_2 - \omega_I}{\omega_1 - \omega_I} = \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow \omega_2 = \frac{r_1}{r_2}(\omega_1 - \omega_I) + \omega_I, \quad (1)$$

где i_{12} – передаточное число от колеса 1 к колесу 2 в относительном движении (при остановленном водиле); заметим, что $i_{34} > 0$, так как зацепление – внутреннее.

$$i_{34} = \frac{\omega_4 - \omega_I}{\omega_3 - \omega_I}; \quad i_{34} = -\frac{r_3}{r_4} \Rightarrow \frac{\omega_4 - \omega_I}{\omega_3 - \omega_I} = -\frac{r_3}{r_4} \Rightarrow \omega_4 = -\frac{r_3}{r_4}(\omega_3 - \omega_I) + \omega_I, \quad (2)$$

где i_{34} – передаточное число от колеса 3 к колесу 4 в относительном движении (при остановленном водиле); заметим, что $i_{34} < 0$, так как зацепление – одно и внешнее.

Отметим, что в соотношения (1) и (2) (формулы Виллиса) входят алгебраические значения угловых скоростей; знак «+» примем соответствующим вращению против часовой стрелки, а «-» — вращению по часовой стрелке.

Используя исходные данные, находим:

$$\omega_2 = \omega_3 = \frac{r_1}{r_2}(\omega_1 - \omega_I) + \omega_I = \frac{50}{10} \cdot (-40 - 90) + 90 = -560 \text{ рад/с}.$$

Знак «+» указывает на то, что сателлиты 2 – вращаются в направлении, противоположном вращению часовой стрелки.

$$\omega_4 = -\frac{r_3}{r_4}(\omega_3 - \omega_I) + \omega_I = -\frac{15}{25} \cdot (-560 - 90) + 90 = 480 \text{ рад/с}.$$

Знаки «-» в ответе указывает на то, что вал II с колесом 4 вращаются в направлении вращения часовой стрелки.

Ответ: $\omega_2 = \omega_3 = -560 \text{ рад/с}; \quad \omega_4 = 480 \text{ рад/с}.$